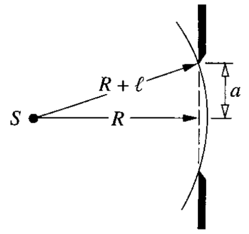
1 Aufgabe 10.1

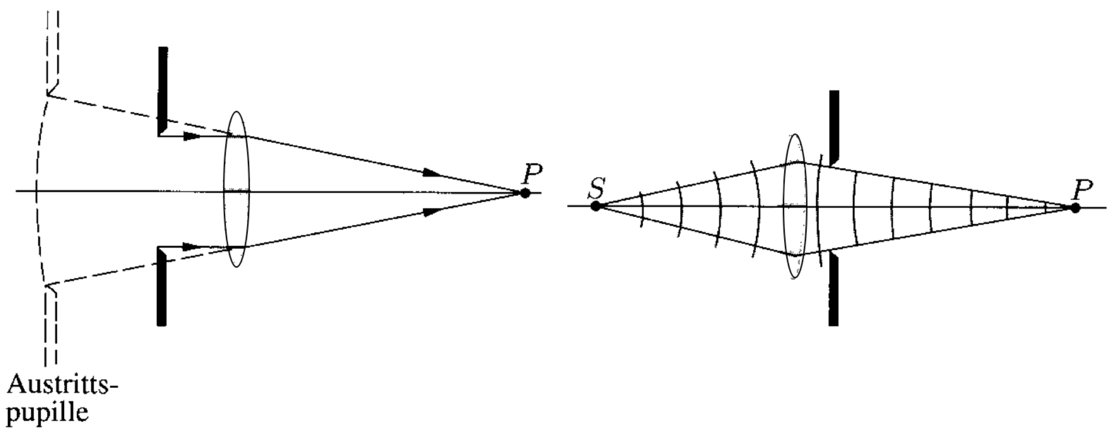
Entsprechend dem Bild gilt :



$$(R+l)^2 = R^2 + a^2 \rightarrow R = (a^2 - l^2)/2l \approx a^2/2l$$
$$\rightarrow lR = a^2/2.$$
$$\text{Für } \lambda \gg l \rightarrow \lambda R \gg a^2/2$$
$$\text{Dann } R = (1 \times 10^{-3})^2 \times 10/2\lambda = 10\, m$$

2 Aufgabe 10.5

Eine konvergierende Kugelwelle im Bildraum wird an der Austrittspupille gebeugt.



Die Pupille ist in der Brennweite und das Bild ist auf der gleichen Seite. Die gleiche Idee kann auf jedes Linsensystem verallgemeinert werden, dass eine Abbildung einer erweiterten Quelle oder eines Objekts bildet.

3 Aufgabe 10.12

Es gilt für einen Mehrfachspalt:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$

Wenn nun die Breite des Schlitzes auf Null schrumpft, dann ist $\sin\beta/\beta = 1$ und die Intensität der Abschnitte hängt von N und α ab. Es entsteht ein Minimum, wenn $(\sin N\alpha/\sin\alpha) = 0$. Das bedeutet:

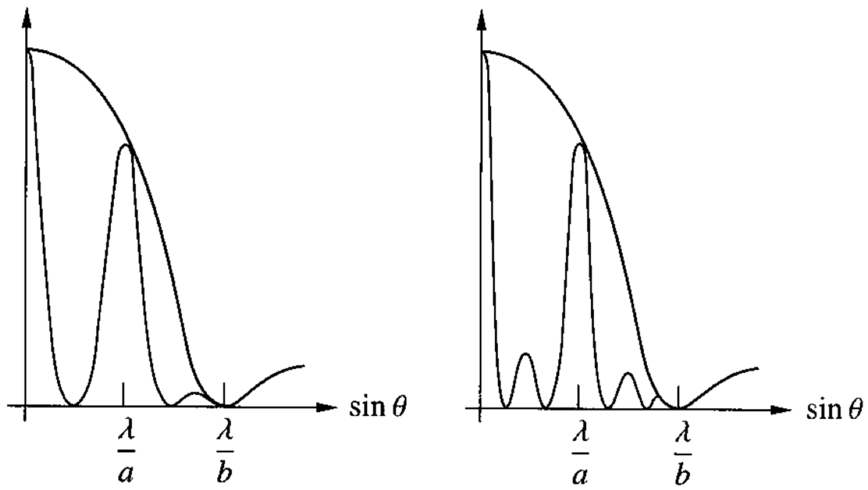
$$\alpha = \pm\frac{\pi}{N}, \pm\frac{2\pi}{N}, \pm\frac{3\pi}{N}, ...$$

Und das Maximum liegt zwischen dem Minimum:

$$\alpha = \pm\frac{3\pi}{2N}, \pm\frac{5\pi}{2N}, ...$$

Für $N = 3$:

$$\alpha = \pm\frac{3\pi}{2N} = \frac{\pi}{2}$$
$$I(\theta) = \frac{I_0}{N^2}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$
$$\frac{I(\theta)}{I_0} = \frac{1}{9}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$



4 Aufgabe 10.19

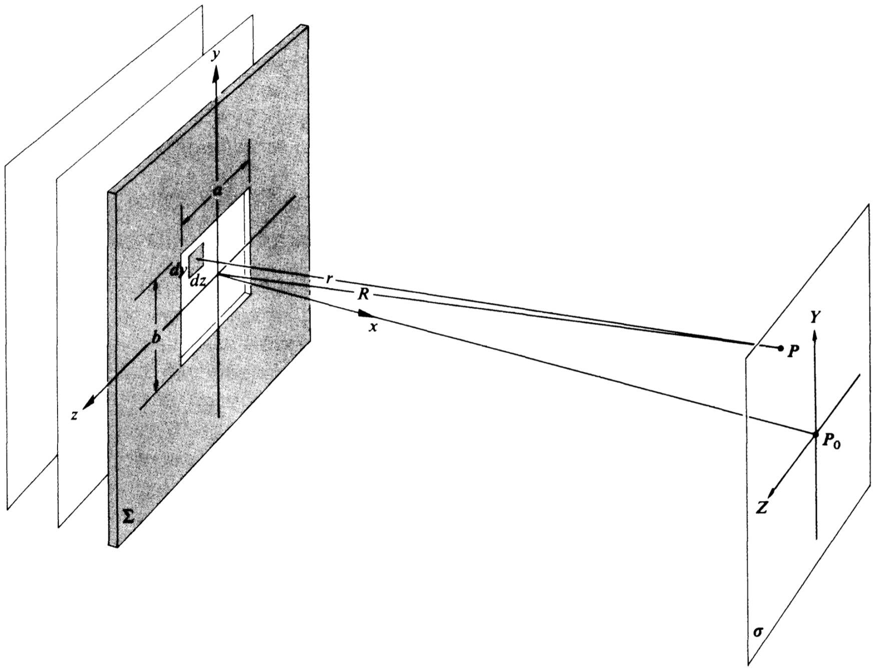
Die Öffnung ist ein Quadrat.
Das Flussdichteverhältnis in der rechteckigen Apertur ist:

$$\frac{I(Y,Z)}{I_0} = \left(\frac{\sin\beta'}{\beta'}\right)^2\left(\frac{\sin\alpha'}{\alpha'}\right)^2$$

Wobei Y und Z die Position auf der Bildschirmkoordinate sind, $\beta' = kbY/2R$ und $\alpha' = kaZ/2R$. Wenn:

$$Z = 0 \rightarrow \alpha' = 0 \rightarrow \frac{I}{I(0)} = \frac{1}{\beta'_m}$$
$$\beta'_m = \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, ...$$

Dies bedeutet, dass das Flussdichteverhältnis in der Y-Achse ziemlich schnell von 1 auf 1/22 auf 1/62 und ... abfällt
Das gleiche geschieht auf der Z-Achse. Dennoch sind die ausseraxialen Sekundärspitzen noch kleiner. Zum Beispiel für den ersten Off-Axis-Peak haben wir ($\beta' = \pm\frac{3\pi}{2}$ und $\alpha' = \pm\frac{3\pi}{2}$) und die Intensität ist $(1/22)^2$.



5 Aufgabe 10.23

Nach der Berechnung der Bestrahlungsstärke für die kreisförmige Apertur haben wir (siehe Optik [Hecht]):

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(ka\sin\theta)}{ka\sin\theta}\right]^2$$

wobei, $\sin\theta = q/R$. Das zentrale Maximum entspricht einem kreisförmigen Punkt mit hoher Bestrahlungsstärke, der als die Airy-Scheibe bekannt ist. Um den Radius der Airy Scheibe zu finden, sollten wir das dunkle Minimum nach dem hellen Scheibepunkt betrachten. In diesem Fall haben wir das erste Minimum, wenn $J_1(ka\sin\theta) = 0$ gilt. Nach dem Wert der Bessel-Funktionen $J_1(u) = 0$ wenn $u = 3.83$ Das bedeutet:

$$\frac{k\ a\ q}{R} = 3.83 \rightarrow \frac{3.83\,R\,\lambda}{2\pi a} \rightarrow q = 1.22\frac{R\lambda}{2a}$$

für eine auf den Bildschirm fokussierte Linse, der Brennweite $f \approx R$ und es gilt :

$$q = 1.22\,\frac{f\,\lambda}{D}$$

wobei D der Linsendurchmesser, λ die Einfallswellenlänge und q der Radius der Airy-Scheibe oder der Spotgrösse ist.