Universität Siegen
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Department Physik

Wintersemester 2017/18
Prof. Dr. M. Agio

Klausur
Physik I für Chemiker

Lösung zu Aufgabe 1: Kurzfragen

Lösung zu Aufgabe 2: Schiefer Wurf

Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird ein Ball am Ort $x_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} m$ mit einer Startgeschwindigkeit $v_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$ abgeschossen. (Die x-Achse sei dabei die Horizontale)

i) $\boxed{\text{2 P.}}$ Geben sie die Bahnkurve des Balls für $t \geq 0$ in vektorieller Darstellung an!

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a_{x,0}t^2 + v_{x,0}t + x_0 \\ \frac{1}{2}a_{y,0}t^2 + v_{y,0}t + y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{g}{2} \end{pmatrix} \frac{m}{s^2}t^2 + \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \end{pmatrix} \frac{m}{s}t + \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ii) $\boxed{\text{3 P.}}$ An welchem Ort x_1 trifft der Ball wieder auf dem Boden, wenn die Reibung vernachlässigt wird? Zu welcher Zeit t_1 trifft er auf?

x_1 ist wird zum Zeitpunkt erreicht wo $y(t_1) = 0$ gilt:

$$y(t_1) = -\frac{g}{2}t_1^2 + 20t_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{20}{g} \pm \frac{20}{g}$$

In diesem Fall ist die Zeit $t_1 = \frac{40\frac{m}{s}}{g} \approx 4s$ gesucht. Dies ist der Zeitpunkt zu der der B all auf den Boden auftrifft. Der Ort x_1 ergibt sich dann zu:

$$\begin{aligned} x_1 = x(t_1) &= 20\frac{m}{s}t_1 + 10m \\ &= \frac{800}{g}\frac{m^2}{s^2} + 10m \\ &\approx 90m \end{aligned}$$

iii) $\boxed{\text{3 P.}}$ Welche maximale Höhe erreicht der Ball? Zu welchem Zeitpunkt t_{max} erreicht er diese?

$$y' = 0$$
$$\Leftrightarrow -g \cdot t + 20 = 0$$
$$\Leftrightarrow t = \frac{20}{g} \approx 2s$$

Damit ergibt sich die Höhe zu:

$$y(t = 2s) = -2g + 40 \approx 20m$$

Alternativ über die kinetische Energie (nur Energie der y-Bewegung wird umgewandelt):

$$
\begin{aligned}
E_{kin} &= \frac{1}{2}mv_y(t=0)^2 = mgh = E_{pot} \\
\Leftrightarrow h &= \frac{1}{2}\frac{v_y(t=0)^2}{g} \approx 20m
\end{aligned}
$$

iv) $\boxed{\text{3 P.}}$ Berechnen Sie die kinetische Energie des Balls zum Zeitpunkt $t = 0$! Wie groß ist die kinetische Energie beim Aufprall auf den Boden? Was lässt sich damit über die Geschwindigkeit v_1 sagen, mit der der Ball auf den Boden auftrifft?

$$
E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\sqrt{20^2 + 20^2} = \frac{20}{\sqrt{2}} \approx 14.14J
$$

Aufgrund der Energieerhaltung ist die kinetische Energie kurz vor dem Aufprall genauso groß wie zu Beginn. Daher muss auch die Geschwindigkeit betragsmäßig gleich groß sein.

Lösung zu Aufgabe 3: Rotationsprobleme

i) Die auftretenden Kräfte sind Zentripetal- und Haftreibungskraft:

$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ F_Z = m\omega^2 r \left(= \frac{mv^2}{r}\right)$$
$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ F_R = \mu m g$$

Es sind Zentripetalkraft und Haftreibungskraft gleichzusetzen.

$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ F_Z = F_R$$
$$\Leftrightarrow m\omega^2 r = \mu m g$$
$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}} \approx 7\ \frac{(\text{rad})}{\text{s}}$$
$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 1{,}1\ \text{Hz}$$
$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ \Rightarrow v = \omega \cdot r = \sqrt{\mu g r} \approx 0{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ii)

$$I = mr^2$$
$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ L = I\omega$$
$$\boxed{\text{0.5 P.}}\ = mr^2\sqrt{\frac{\mu g}{r}} = m\sqrt{\mu g r^3} \approx 6{,}3\ \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{s}$$

iii)

$$\boxed{\text{1 P.}}\ M = rF$$
$$\boxed{\text{1 P.}}\ \Leftrightarrow F = \frac{M}{r} = 100\text{N}$$

iv) Folgendes sollte als Essenz aus der Antwort des Studenten hervorgehen:

$\boxed{\text{1 P.}}$ Es gilt Drehimpulserhaltung $I_1\omega_1 = L = I_2\omega_2$

$\boxed{\text{1 P.}}$ $I \propto mr^2 \Rightarrow I_1 > I_2$ Das ist in den Übungen diskutiert worden.

$\boxed{\text{1 P.}}$ Aus beiden folgt $\Rightarrow \omega_1 < \omega_2$, d.h. die Eiskunstläuferin dreht sich nach dem Anziehen der Arme schneller.

Lösung zu Aufgabe 4: Looping

i)

$$E_{ges} = E_{pot} = mgh$$

$$F_Z = m\frac{v^2}{R}$$

Am höchsten Punkt des Loopings ist die Zentripetalkraft gegeben aus der Summe der Gravitationskraft und der Kraft, die der Looping auf den Körper ausübt. Wenn man nun annimmt, dass die Geschwindigkeit gerade noch so groß ist, dass der Körper den Looping (=Kreisbahn) vollständig durchläuft, dann ist die Kraft, die der Looping auf den Körper am obersten Punkt ausübt, Null, d.h. der Körper berührt den Looping nur noch leicht.

$$\Rightarrow F_Z = m \cdot g = m\frac{v^2}{R} \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{gR}$$

Die Gesamtenergie an diesem Punkt ist gegeben durch:

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + mg \cdot 2R = \frac{1}{2}mgR + 2mgR = \frac{5}{2}mgR$$

$$mgh = \frac{5}{2}mgR \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{5}{2}R$$

Mit den gegebenen Werten gilt:

$$h = \frac{5}{2} \cdot 10cm = 25cm$$

ii) Trotz der Reibung auf den angegebenen Wegabschnitten gilt die Bedingung für die Geschwindigkeit am obersten Punkt des Loopings weiterhin. Man kann nun die durch Reibung abgegebene Energie ausrechnen:

Auf der horizontalen Strecke (Länge l) ergibt sich entsprechend die Arbeit über

$$W_{R,2} = -\mu F_N l = -\mu mgl$$

Die Reibungsarbeit ist gleich der Änderung der kinetischen Energie, sodass die Gesamtenergie nach den Strecken mit Reibung wie folgt gegeben ist:

$$E_{ges} = mgh + W_{R,1} + W_{R,2} = mgh - \mu mgl$$

Benutzt man nun die Bedingung für das vollständige Durchlaufen des Loopings, ergibt sich

$$
\begin{aligned}
mgh - \mu mgl &= \frac{5}{2} mgR \\
\Leftrightarrow h &= \frac{5}{2} R + \mu l \\
\Leftrightarrow h = \frac{5}{2} \cdot 10cm + \mu \cdot 30cm &= 28cm
\end{aligned}
$$

iii) Nehmen Sie nun an das der Ball eine Ausdehnung und ein Trägheitsmoment besitzt. Beachten sie hierbei das sich hierdurch der effektive Loopingdurchmesser verändert.

$$
\begin{aligned}
E_{kin} &= \frac{1}{2} mg(R-r) = \frac{9}{2} mg \\
E_{Rot} &= \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} I \frac{g(R-r)}{r^2} \\
E_{potStart} &= mgh_{start} = E_{kin} + E_{Rot} + mg(2R-r) \\
h_{Start} &= \frac{E_{kin} + E_{Rot} + mg(2R-r)}{mg} \\
h_{Start} &= \frac{\frac{1}{2} mg(R-r) + \frac{1}{2} I \frac{g(R-r)}{r^2} + mg(2R-r)}{mg} \\
h_{Start} &= \frac{1}{2}(R-r) + \frac{1}{2} \frac{I}{m} \frac{(R-r)}{r^2} + (2R-r) \\
h_{Start} &= (R-r)\frac{1}{2}\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) + (2R-r) \\
&= 9cm \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{5}\right) + 19cm \\
&= 25{,}3cm
\end{aligned}
$$

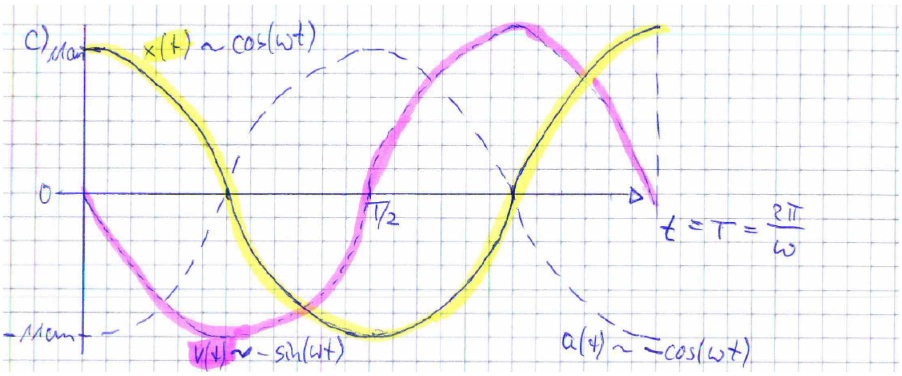
Lösung zu Aufgabe 5: Harmonische Schwingung

i) Für harmonische Schwingung gilt:

$$F = m\omega^2 x = Dx$$
$$\Rightarrow D = m\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 9{,}78\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 1{,}56Hz$$
$$\Rightarrow T = \frac{1}{f} = 0{,}64s$$

ii) 11 cm entsprechen Auslenkung aus der Ruhelage. Dämpfung durch Reibung o.Ä. wird vernachlässigt.

iii)



iv) maximale Geschwindigkeit bei $|sin(\omega t)| = 1$

$$v(t) = -\omega x_A sin(\omega t)$$
$$v_{max} = v(\frac{T}{4}) = \omega x_A = 9{,}78\frac{rad}{s} \cdot 0{,}11m \approx 0{,}11\frac{m}{s}$$
$$\Rightarrow E_{kin} = 0{,}5 \cdot 0{,}68kg(0{,}11\frac{m}{s})^2 \cdot$$

Lösung zu Aufgabe 6: Impulse beim Billard

a)

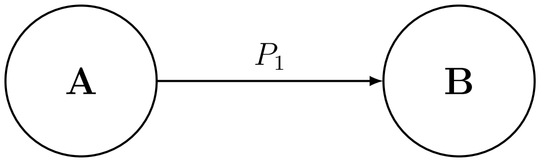


Abbildung 1: Vor dem Stoß

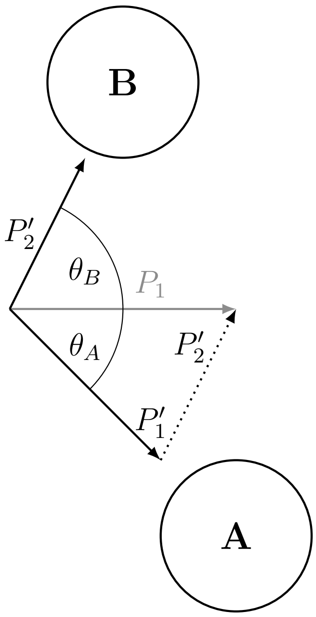


Abbildung 2: Nach dem Stoß: $P_1 = P_1' + P_2'$

b) Impulserhaltung:
Die x-Komponente bleibt erhalten:
$mv_{A,vorher} = mv_{A,nachher}cos(\Theta_A) + mv_{B,nachher}cos(\Theta_B)$
und die y-Komponente bleibt erhalten:
$0 = -mv_{A,nachher}sin(\Theta_A) + mv_{B,nachher}sin(\Theta_B)$. Die Massen sind gleich.
Aus der Erhaltung der y-Komponente folgt:

$$sin(\Theta_B) = \frac{v_{A,nachher}}{v_{B,nachher}}sin(\Theta_A) = \frac{3{,}5m/s}{2m/s}sin(22°) = 0{,}656$$
$$\Rightarrow \Theta_B = 41{,}0°$$

c) Aus der Erhaltung der x-Komponente folgt:

$$
\begin{aligned}
v_{A,vorher} &= v_{A,nachher} cos(\Theta_A) + v_{B,nachher} cos(\Theta_B) \\
&= 3{,}5\frac{m}{s} cos(22°) + 2\frac{m}{s} cos(41°) \\
&= 4{,}75\frac{m}{s}
\end{aligned}
$$

d) $E_{kin,vorher} = \frac{1}{2} m_{Kugel} v_{A,vorher}^2 = 11{,}3 m_{Kugel} \frac{m^2}{s^2}$
(Die Masse heißt jetzt nur m_{Kugel} um Verwechslungen mit Meter zu vermeiden, weil beides in der Gleichung steht)
$E_{kin,nachher} = \frac{1}{2} m_{Kugel} v_{A,nachher}^2 + \frac{1}{2} m_{Kugel} v_{B,nachher}^2 = 8{,}1 m_{Kugel} \frac{m^2}{s^2}$
Offensichtlich ist die kinetische Energie nicht erhalten, etwa 28% der kinetischen Energie wird in andere Energieformen umgewandelt. Der Stoß ist also inelastisch.

Lösung zu Aufgabe 7: Fluidmechanik

i) Der Druck p in der Tiefe d des Lukendeckels beträgt $p_0+\rho dg$. Die Kraft $(p_0+\rho gd)A$. Nun ist die Luft im Uboo zu berücksichtigen, die mit einer Kraft $p_0 A$ drückt. Somit ist die Kraft, die die Besatzungsmitglieder im Uboot aufbringen müssen:

$$\begin{aligned} F &= (p_0 + \rho gd)A - p_0 A = \rho gdA \\ &= (1025kg/m^3)(100m)(9{,}8m/s^2)(1{,}2m)(0{,}60m) = 7{,}2 \times 10^5 N \end{aligned}$$

ii) Kontinuitätsglg.: $A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$\Rightarrow v_2 = (A_1/A_2)v_1 = ((4m^2)/(8m^2))(5m/s) = 2{,}5m/s$$

iii) Bernoullilglg: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p_2 &= p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(h_1 - h_2) \\ &= 1{,}5 \times 10^5 \text{Pa} + \frac{1}{2}(998kg/m^3)((5m/s)^2 - (2{,}5m/s)^2) + (1000kg/m^3)(9{,}8m/s^3)(10m) \\ &= 2{,}6 \times 10^5 \text{Pa} \end{aligned}$$