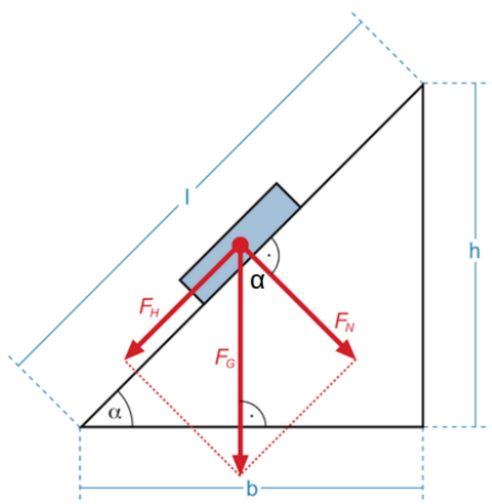
Universität Siegen
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Department Physik

Wintersemester 2017/18
Prof. Dr. M. Agio

Klausur
Physik I für Chemiker

Lösung zu Aufgabe 1: Schiefe Ebene

i) Siehe Zeichnung (*Entnommen von: Rainer Zenz aus der deutschsprachigen Wikipedia, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2916497).*



Die Haftreibungskraft (nicht mit eingezeichnet) zeigt in entgegengesetzte Richtung zur Hangabtriebskraft und ist betragsgleich einzuzeichnen. Wichtig: Korrekte Einzeichnung der Komponenten der Gewichtskraft (das sog. Kräfteparallelogramm).

ii) Kräftegleichgewicht für den Moment des Rutschens:

$$F_{\mathrm{H}} = F_{\mathrm{R}} \Leftrightarrow m \cdot g \cdot \sin\alpha = \mu_{\mathrm{H}} \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \mu_\mathrm{H} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha \Leftrightarrow \alpha = \arctan\,\mu_\mathrm{H} \approx 0{,}027\,\mathrm{rad} = 1{,}55^\circ$$

iii) Für die Strecke gilt:

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 \Leftrightarrow a = \frac{2\,s}{t^2}$$

Berechnung der resultierenden Kraft

$$F_\mathrm{res} = m\cdot a = F_\mathrm{H} - F_\mathrm{R} = \sin\alpha\cdot m\cdot g - \cos\alpha\cdot m\cdot g\cdot \mu_\mathrm{R}$$

$$\Leftrightarrow a = (\sin\alpha - \cos\alpha\cdot\mu_\mathrm{R})\cdot g$$

$$\cos\alpha\cdot\mu_\mathrm{R} = \sin\alpha - \frac{a}{g}$$

$$\mu_\mathrm{R} = \tan\alpha - \frac{2\,s}{t^2\cdot g\cdot\cos\alpha} \approx 0{,}022$$

Lösung zu Aufgabe 2: Federpendel

i) Aus dem Diagramm kann man ablesen, dass eine Schwingung nach 0,4 s beendet ist.Der Körper hat zu diesem Zeitpunkt zum 2. Mal seit dem Start keine Geschwindigkeit. Damit beträgt die Schwingungsdauer $T = 0{,}4\,\mathrm{s}$ und die Frequenz $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}4\,\mathrm{s}} = 2{,}5\,\mathrm{Hz}$. Das heißt, der Körper macht in einer Sekunde 2,5 Schwingungen.

ii) und iii) Die maximale Amplitude y_M ist gesucht. Wenn wir das vorgegebene Diagramm betrachten, dann wird erstens deutlich, dass es sich um eine Sinusfunktion handelt. also ist $v(t)$:

$$v(t) = v_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Die Auslenkung $y(t)$ ist die Stammfunktion von $v(t)$:

$$y(t) = \int v(t)\,dt = -\frac{v_M}{\omega} \cdot \cos(\omega \cdot t) + \mathrm{C}$$

Dabei ist y_M die maximale Auslenkung. das negative Vorzeichen macht eine Aussage über die unterschiedlichen Richtungen von Auslenkung und Geschwindigkeit. Die maximale Auslenkung kann nun berechnet werden.

$$y_M = \frac{0{,}15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\pi \cdot 2{,}5\,\mathrm{Hz}} = 9{,}5 \cdot 10^{-3}\mathrm{m} = 9{,}5\mathrm{mm}$$

Aber wie groß ist C?
Zum Zeitpunkt $t = 0{,}1\,\mathrm{s} = \frac{T}{4}$ muss die Auslenkung 0 sein.

$$\begin{aligned} 0 &= -y_M \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot \frac{T}{4}) + \mathrm{C} \\ 0 &= -y_M \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot \frac{1}{4 \cdot f}) + \mathrm{C} \\ 0 &= -y_M \cdot \cos(\frac{\pi}{2}) + \mathrm{C} \\ 0 &= \mathrm{C} \end{aligned}$$

Fassen wir zusammen:

$$y(t) = -y_M \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

und

$$v = v_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

iv) Die Beschleunigung $a(t)$ ist die Ableitung von $v(t)$. Also

$$\frac{dv(t)}{dt} = v_M \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Sowohl v_M, als auch ω sind bekannt also ist

$$a_M = v_M \cdot \omega = 0{,}15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 15{,}7\,\frac{1}{\mathrm{s}} = 2{,}355\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Fassen wir zusammen:

$$\begin{aligned} y(t) &= -y_M \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ a(t) &= a_M \cdot \cos(\omega \cdot t) \end{aligned}$$

$y_M = 9{,}5\mathrm{mm}, a_M = 2{,}355\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \omega = 15{,}7\frac{1}{\mathrm{s}}, \omega = 15{,}7\frac{1}{\mathrm{s}}$ Alles ist bekannt, einfach zweimal cos mit verschiedenen Vorzeichen und Amplituden skizzieren.

v) Aus dem vorgegebenen Diagramm ist zu entnehmen, dass der erste Umkehrpunkt in $v(t)$ bei $t = 0{,}1\,\mathrm{s}$ erreicht ist. Da ist nämlich die Auslenkung $y = 0$, also wird die erste Gleichgewichtslage nach 0,1 s erreicht.

vi) Die Gleichung für die Schwingungsdauer eines Federpendels enthält die gesuchte Masse:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Alles andere ist bekannt:

$$\begin{aligned} T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{D} &\rightarrow m = \frac{T^2 \cdot D}{4\pi^2} \\ m = \frac{(0{,}4\,\mathrm{s})^2 \cdot 5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{4\pi^2} &= 0{,}02\,\mathrm{kg} = 20\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Falls Herleitung benötigt wird: Die auf die Masse wirkende Federkraft ist nach dem Hookeschen Gesetz proportional zur Auslenkung y

$$\begin{aligned} F &= -D \cdot y \\ m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} &= -D \cdot y \\ \rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{D}{m} \cdot y &= 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot y &= 0 \end{aligned}$$

ω_0 wird als Eigenfrequenz bezeichnet und mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

$$\leftarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\mathrm{D}}}$$

Lösung zu Aufgabe 3: Energieerhaltung

i) $E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} = mgh = 4\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} = 392{,}4\text{J}$
oder =400 J (für g=10 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

ii) Geschwindigkeiten:
Bei Höhe von 5 m:

$$E = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2(E - mgh)}{m}} = \sqrt{\frac{2(400\,\text{J} - 4\,\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\,\text{m})}{4\,\text{kg}}} = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Beim Aufprall (also $h = 0\,\text{m}$):

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Longrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 400\,\text{J}}{4\,\text{kg}}} = 14{,}14\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

iii) Federenergie:

$$E_{\text{Feder}} = \frac{1}{2}Ds^2$$

$$\Longrightarrow \quad D = \frac{2E}{s^2} = \frac{2 \cdot 400\,\text{J}}{(0.5\,\text{m})^2} = 3200\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Lösung zu Aufgabe 4: Drehimpulserhaltung

i) Anfänglicher Drehimpuls ist null.
   Trägheitsmoment des Mädchens:

   $$I_{\mathrm{M}} = MR^2$$

   Gesamtträgheitsmoment aus Karussell und Mädchen:

   $$I_{\mathrm{K,M}} = I + I_{\mathrm{M}}$$

   Mit der Winkelgeschwindigkeit ω folgt für das Drehmoment dieses Systems:

   $$L_{\mathrm{K,M}} = I_{\mathrm{K,M}} \cdot \omega$$

   Drehimpuls des Steins bei tangentialem Abwurf (wähle dabei o.B.d.A. die Drehrichtung in entgegengesetzter Richtung).

   $$L_{\mathrm{S}} = -R\,m\,\omega$$

   Da es kein äußeres Drehmoment gibt, gilt Impulserhaltung. Mit der anfänglichen Information, dass das Gesamtdrehmoment null ist, kann man die Drehimpulserhaltung ansetzen:

   $$0 = L_{\mathrm{ges}} = L_{\mathrm{K,M}} + L_{\mathrm{S}} = (I + MR^2)\,\omega - R\,m\,v$$

   Daraus ergibt sich für die Winkelgeschwindigkeit:

   $$\omega = \frac{R\,m\,v}{I + MR^2}$$

   und für die lineare Geschwindigkeit der Mädchens:

   $$v_M = R\,\omega = \frac{R^2\,m\,v}{I + MR^2}$$

Lösung zu Aufgabe 5: Hydrodynamik

a) Verwenden Sie die Bernoulli-Gleichung: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$. Am oberen Rand des Becken und am Rand herrscht Atmosphärendruck.

$$\rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$
$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2(9{,}8m/s^2)(0{,}3cm)} = 0{,}242m/s$$

Die Flussrate ist dann $A_2 v_2 = (6{,}5 \times 10^{-4} m^2)(0{,}24 m/s) = 1{,}6 \times 10^{-4} m^3/s$

b)

$$v_3 = (A_2/A_3)v_2 = 2v_2 = 0{,}484m/s$$

Mit der Bernoulli - Gleichung:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$
$$\Leftrightarrow h_2 - h_3 = \frac{v_3^2 - v_2^2}{2g} \approx 0{,}9cm$$