
Übungen zur Physik für Chemiker I WS20/21

Prof. Dr. M. Agio, L. Strauch

Übungsblatt 11 Lösung

Ausgabe: Mi, 03.02.2021

Aufgabe 1. *Intensität und Amplitude*

Der Schallpegel einer bestimmten Schallquelle werde um 30 dB erhöht. Um welchen Faktor erhöht sich

- (a) die Intensität
- (b) die Druckamplitude

Lösung 1.

- (a) Es bezeichnet I_1 die ursprüngliche Intensität und I_2 die Intensität am Ende. Der ursprüngliche Schallpegel ist $\beta_1 = 10 \text{ dB} \cdot \frac{I_1}{I_0}$, und der Schallpegel am Ende ist $\beta_2 = 10 \text{ dB} \cdot \frac{I_2}{I_0}$, wobei I_0 die Vergleichsintensität bezeichnet. Wegen $\beta_2 = \beta_1 + 30 \text{ dB}$ haben wir $10 \text{ dB} \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \text{ dB} \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) + 30 \text{ dB}$, das heißt $10 \text{ dB} \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10 \text{ dB} \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 30 \text{ dB}$. Teilt man diesen Ausdruck durch 10 dB und verwendet man jede Seite als Exponenten von 10 und beachtet, dass $10^{\log(I_2/I_1)} = I_2/I_1$, dann ist das Ergebnis $I_2/I_1 = 10^3$. Die Intensität wird um den Faktor 1000 erhöht.
- (b) Die Druckamplitude ist proportional zur Quadratwurzel der Intensität, also wird diese um einen Faktor $\sqrt{1000} \approx 32$ erhöht.

Aufgabe 2. *Die Orgelpfeife*

Drei aufeinanderfolgende Resonanzfrequenzen einer Orgelpfeife sind 1310 Hz, 1834 Hz und 2358 Hz.

- (a) Ist die Pfeife an einem Ende geschlossen oder an beiden Seiten offen ?
- (b) Welche Grundfrequenz hat die Pfeife ?
- (c) Welche effektive Länge hat die Pfeife ?

Lösung 2.

(a) Eine stehende Welle hat die allgemeine Form:

$$x = x_0 \cdot \cos(kz + \varphi) \cos(\omega t)$$

Wir wissen außerdem, dass:

$$v = \frac{\omega}{k} \Leftrightarrow \omega = k \cdot v$$

Nun wissen wir, dass die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot \nu$ ist. Und somit auch $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$.
Teilen wir nun die Gleichung durch 2π , so erhalten wir:

$$\begin{aligned}\omega &= k \cdot v \\ \frac{\omega}{2\pi} &= \frac{k}{2\pi} \cdot v \\ \nu &= \frac{k}{2\pi} \cdot v \\ \Rightarrow k &= \frac{2\pi\nu}{v}\end{aligned}$$

Nun müssen wir drei Fälle betrachten:

1) Beide Enden sind offen:

Wenn beide Enden offen sind, sind an Anfang ($z = 0$) und Ende ($z = L$) der Pfeife Berge der Welle vorzufinden. Es gilt also bei $z = 0$:

$$\begin{aligned}x_0 &= x_0 \cdot \cos(kz + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(k \cdot 0 + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(\varphi)\end{aligned}$$

Diese Gleichung gilt nur, wenn $\cos(\varphi) = 1$, also wenn $\varphi = 0$ ist. Nun betrachten wir das Ende der Pfeife ($z = L$):

$$\begin{aligned}x_0 &= x_0 \cdot \cos(kz + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(kL + 0) \\ &= x_0 \cdot \cos(kL)\end{aligned}$$

Der Kosinus muss wieder wieder 1 sein, also muss gelten:

$$kL = n \cdot \pi$$

Dies kann man nach k umstellen und mit der obigen Formel für k gleichsetzen:

$$\begin{aligned}k &= \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{n\pi}{L} \\ &= \frac{2\nu}{v} = \frac{n}{L} \\ \Rightarrow \nu_n &= \frac{v}{2L} \cdot n\end{aligned}$$

2) Beide Enden sind zu:

Dies bedeutet, dass an beiden Enden ein Knoten ist. Also ist dort die Amplitude gleich Null:

$$\begin{aligned}0 &= x_0 \cdot \cos(k \cdot z + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(k \cdot 0 + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(\varphi)\end{aligned}$$

Der Kosinus wird Null für $\varphi = \pi/2$. Nun setzen wir dieses Wissen in die Gleichung für das andere Ende ($z = L$) ein:

$$\begin{aligned}0 &= x_0 \cdot \cos(kz + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(k \cdot L + \frac{\pi}{2})\end{aligned}$$

Hier wird der Kosinus Null, wenn er ein Vielfaches von $\pi/2$ ist, also wenn:

$$\begin{aligned}kL + \frac{\pi}{2} &= \frac{\pi}{2} + n\pi \\ kL &= n\pi\end{aligned}$$

Somit haben wir wieder dieselbe Bedingung für k wie oben bei dem *offen-offen* Fall. Somit gilt:

$$\nu_n = \frac{v}{2L} \cdot n$$

3) Ein Ende ist zu und eins offen:

Man weiß nun, dass an dem Ende, was zu ist, ein Knoten sein muss, also die Amplitude gleich Null sein muss. Zudem weiß man, dass an dem offenen Ende die Amplitude gleich x_0 sein muss. Wir nehmen an, dass sich bei $z = 0$ das Ende befindet, welches zu ist, und bei $z = L$ das offene Ende. Betrachten wir das geschlossene Ende:

$$\begin{aligned}0 &= x_0 \cdot \cos(kz + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(k \cdot 0 + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(\varphi)\end{aligned}$$

Wir wissen von oben, dass $\varphi = \pi/2$ gelten muss. Betrachten wir nun das offene Ende und setzen φ ein.

$$\begin{aligned}x_0 &= x_0 \cdot \cos(kz + \varphi) \\ &= x_0 \cdot \cos(kL + \frac{\pi}{2})\end{aligned}$$

Der Kosinus muss in diesem Fall wieder 1 ergeben, also gilt:

$$\begin{aligned}kL + \frac{\pi}{2} &= n\pi \\ kL &= n\pi - \frac{\pi}{2} \\ k &= \frac{\pi}{L}(n - \frac{1}{2})\end{aligned}$$

Dies setzen wir jetzt wieder mit der Gleichung am Anfang für k gleich. Es gilt also:

$$\begin{aligned} k &= \frac{\pi}{L} \left(n - \frac{1}{2} \right) = \frac{2\pi\nu}{v} \\ &= \frac{1}{L} \left(n - \frac{1}{2} \right) = \frac{2\nu}{v} \\ \Rightarrow \nu_n &= \frac{v}{2L} \left(n - \frac{1}{2} \right) \end{aligned}$$

Betrachtet man die angegebenen Frequenzen, stellt man fest, dass diese alle gerade sind. Wir betrachten nun die Verhältnisse der Frequenzen für

- Den Fall Offen-zu

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{n_1}}{\nu_{n_2}} &= \frac{v/2L(n_1 - \frac{1}{2})}{v/2L(n_2 - \frac{1}{2})} \\ &= \frac{(n_1 - \frac{1}{2})}{(n_2 - \frac{1}{2})} \end{aligned}$$

Dies kann man mit einer „geschickten Eins“ nämlich $\frac{2}{2}$ erweitern, somit kommt man auf:

$$\frac{\nu_{n_1}}{\nu_{n_2}} = \frac{2n_1 - 1}{2n_2 - 1}$$

- Die Fälle offen-offen/zuzu:

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{n_1}}{\nu_{n_2}} &= \frac{v/2Ln_1}{v/2Ln_2} \\ &= \frac{n_1}{n_2} \end{aligned}$$

Dadurch dass alle Frequenzen gerade sind, kann es nicht der Fall Offen-zu sein, weil $2n - 1$ für alle n ungerade ist.

Daraus folgt, dass die Pfeife an beiden Enden offen ist und es gilt:

$$\nu_n = \frac{v}{2L}n$$

- (b) Wir wissen, dass die angegebenen Frequenzen Vielfaches von der Grundfrequenz sind. Betrachten wir zuerst die Verhältnisse der jeweiligen n :

$$\begin{aligned} \frac{\nu_{n_1}}{\nu_{n_2}} &= \frac{n_1}{n_2} \\ \frac{\nu_{n_2}}{\nu_{n_3}} &= \frac{n_2}{n_3} \\ \frac{\nu_{n_1}}{\nu_{n_3}} &= \frac{n_1}{n_3} \end{aligned}$$

Also gilt:

$$\begin{aligned}\frac{n_1}{n_2} &= \frac{1310}{1834} \\ \frac{n_2}{n_3} &= \frac{1834}{2358} \\ \frac{n_1}{n_3} &= \frac{1310}{2358}\end{aligned}$$

Somit ist:

$$\begin{aligned}n_1 &= 1310 \\ n_2 &= 1834 \\ n_3 &= 2358\end{aligned}$$

Nun versuchen wir, die jeweiligen n in Faktoren zu zerlegen. Also:

$$\begin{aligned}n_1 &= 1310 = 2 \cdot 655 = 2 \cdot 5 \cdot 131 \\ n_2 &= 1834 = 2 \cdot 917 = 2 \cdot 7 \cdot 131 \\ n_3 &= 2358 = 2 \cdot 1179 = 2 \cdot 3 \cdot 393 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 131 = 2 \cdot 9 \cdot 131\end{aligned}$$

Betrachtet man nun wieder die Verhältnisse der n , kommt man auf:

$$\begin{aligned}n_1 &= 5 \\ n_2 &= 7 \\ n_3 &= 9\end{aligned}$$

Nun kann man die Länge berechnen, um auf die Grundfrequenz zu kommen:

$$\begin{aligned}\nu_{n_1} &= \frac{v}{2L} \cdot n_1 \\ \Rightarrow L &= \frac{v}{2\nu_{n_1}} \cdot n_1 \\ &= \frac{343 \text{ m/s}}{2 \cdot 1310 \text{ Hz}} \cdot 5 \\ &= 0,655 \text{ m} \\ &= 65,5 \text{ cm}\end{aligned}$$

Nun kann man die Grundfrequenz ausrechnen, indem man $n = 1$ in die Formel einsetzt.

$$\begin{aligned}\nu_1 &= \frac{v}{2 \cdot L} \cdot 1 \\ &= \frac{343 \text{ m/s}}{2 \cdot 0,655 \text{ m}} \\ &= 261,8 \text{ Hz}\end{aligned}$$

(c) Die Länge der Pfeife ist 65,5 cm.

Aufgabe 3. Doppler-Effekt

Bei einem Marschmusikwettbewerb marschiert eine Blaskapelle an einer Jury vorbei. Wie schnell müssten die Musiker marschieren, damit die Jury-Mitglieder die Musik nach dem Vorbeimarsch um einen halben Ton tiefer hören würden als beim Herannahen der Kapelle? *Hinweis:* Das Frequenzverhältnis zweier Töne, die sich um einen halben Ton unterscheiden, beträgt 16 : 15

Lösung 3.

Wir haben ein Verhältnis $k = \frac{16}{15}$ von Frequenzen gegeben. Wir definieren $f_1 = \frac{f}{1 - \frac{v}{c}}$ als die Frequenz, die die Jury hört, wenn sich die Kapelle zu ihr hinbewegt, wobei f die normale Frequenz ist, die die Kapelle abgibt und $c = 343 \text{ m/s}$ die Schallgeschwindigkeit ist. Zu bemerken ist, dass f_1 größer wird, je schneller sich die Musiker bewegen, also je größer v wird. Außerdem definieren wir $f_2 = \frac{f}{1 + \frac{v}{c}}$, als Frequenz, die die Jury hört, wenn die Kapelle sich von ihr wegbewegt, also wird die Frequenz kleiner, wenn die Geschwindigkeit der Musiker größer wird.

Betrachten wir nun das Verhältnis und setzen unsere Definitionen für f_1 und f_2 ein.

$$\begin{aligned}\frac{f_1}{f_2} &= k \\ f_1 &= \frac{f}{1 - \frac{v}{c}} \\ f_2 &= \frac{f}{1 + \frac{v}{c}} \\ \frac{f_1}{f_2} &= \frac{f}{1 - \frac{v}{c}} \cdot \frac{1 + \frac{v}{c}}{f} = \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} = k\end{aligned}$$

Man sieht nun, dass sich die „Ruhefrequenz“ rauskürzt und man nur noch vergrößerungs- und verkleinerungsterme hat, um das Verhältnis k zu beschreiben.

Nun wollen wir die Gleichung nach v umstellen:

$$\begin{aligned}1 + \frac{v}{c} &= k\left(1 - \frac{v}{c}\right) \\ 1 + \frac{v}{c} &= k - \frac{v}{c}k \\ \frac{v}{c} + \frac{v}{c}k &= k - 1 \\ v + vk &= c(k - 1) \\ v(1 + k) &= c(k - 1) \\ v &= \frac{c(k - 1)}{(k + 1)} \\ \Rightarrow v &= \frac{k - 1}{k + 1} \cdot c = \frac{1/15}{31/15} \cdot 343 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 39 \frac{\text{km}}{\text{h}}\end{aligned}$$

Dies liegt über dem 100 m Weltrekord !