Übungen zur Physik für Chemiker I WS20/21

Prof. Dr. M. Agio, L. Strauch

Übungsblatt 12 Lösung

Ausgabe: Mi, 10.02.2021

Aufgabe 1. *Archimedisches Prinzip*
Ein kugelförmiger, mit Helium gefüllter Ballon habe einen Radius von 12 m. Ballon, Trägerseil und Korb haben zusammen eine Masse von 196 kg. Welche maximale Last M kann der Ballon tragen, wenn er in einer Höhe schweben soll, in der die Dichte von Helium $\rho_{He} = 0{,}16\,\mathrm{kg/m^3}$ und die Dichte der Luft $\rho_{Luft} = 1{,}25\,\mathrm{kg/m^3}$ beträgt ? Das Volumen der von der Ladung, den Seilen und dem Korb verdrängten Luft sei dabei vernachlässigbar.

Lösung 1.
Die Lösungsidee besteht darin, dass es sich bei dem Ballon, den Trägerseilen und dem Helium im Ballon um einen schwebenden Körper mit der Masse $m + M + m_{He}$ handelt, wobei m_{He} die Masse des Heliums sein soll. Der Betrag der Gesamtgravitation auf diesen Körper muss daher gleich dem Gewicht der durch diesen Körper verdrängten Luft sein (die Luft ist das Fluid, in dem der Körper schwebt). Sei m_{Luft} die Masse der verdrängten Luft. Dann gilt das Kräftegleichgewicht:

$$(m + M + m_{He})g = m_{Luft}g$$

Und daraus folgt dann:

$$\Rightarrow M = m_{Luft} - m_{He} - m$$

Jetzt müssen noch die Dichten in Massen umgestellt werden.

$$\begin{aligned} M &= \rho_{Luft}V - \rho_{He}V - m \\ &= (\frac{4}{3}\pi R^3)(\rho_{Luft} - \rho_{He}) - m \\ &= (\frac{4}{3}\pi)(12\,\mathrm{m})^3(1{,}25\,\mathrm{kg/m^3} - 0{,}16\,\mathrm{kg/m^3}) - 196\,\mathrm{kg} \\ &= 7694\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

Aufgabe 2. *Druck*
Ein bis zum Rand gefülltes Schwimmbecken habe die Abmessungen $14\,\mathrm{m} \times 9\,\mathrm{m} \times 2{,}5\,\mathrm{m}$. Wenn Sie nur das Wasser berücksichtigen, welche Kraft wirkt dann

(a) auf den Boden

(b) auf jede der kurzen Seiten

(c) auf jede der langen Seiten des Beckens ?

(d) Falls Sie Bedenken haben, die Betonwände oder der Boden könnten einstürzen, sollten Sie den Atmosphärendruck berücksichtigen ?

Lösung 2.

(a) Bei ruhenden Fluiden wirkt auf dem Boden eine Gewichtskraft abhängig von der Höhe des Gefäßes. (Somit kommt das Hydrostatische Paradoxon zustande, weil die Kraft unabhängig vom eigentlichen Volumen bzw. Form des Gefäßes ist. Es wirkt immer der gleiche Druck bei gleicher Fläche und Höhe).

$$F = p \cdot A = \rho \cdot g \cdot h \cdot A = 1000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2{,}5\,\mathrm{m} \cdot (9 \cdot 14)\mathrm{m}^2 = 3{,}15 \cdot 10^6\,\mathrm{N}$$

(b) Der Druck auf den Seitenrändern ist höhenabhängig. Deswegen müssen wir die Fläche in Streifen zerlegen und mit den jeweiligen Höhendruck gewichten. Kraft auf beliebige vertikale Fläche:

$$F = p \cdot dA = \rho \cdot g \cdot \int_0^h z \cdot dA$$

hier ist $dA = b \cdot dz$:

$$F = \rho \cdot g \cdot b \cdot \int_0^h z \cdot dz = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot h^2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 9\,\mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot (2{,}5\,\mathrm{m})^2 = 2{,}8 \cdot 10^5\,\mathrm{N}$$

Es fällt auf, dass die Kraft sich aus dem Druckdreieck multipliziert mit der Breite der Fläche zusammensetzt.

(c)

$$F = \rho \cdot g \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot h^2 = 1000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 14\,\mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot (2{,}5\,\mathrm{m})^2 = 4{,}375 \cdot 10^5\,\mathrm{N}$$

(d) Nein, da der Atmosphärendruck immer da ist, auch, wenn das Schwimmbecken nicht mit Wasser gefüllt ist.

Aufgabe 3. *Dynamisches Fluid I*

Bei einer ruhenden Person beträgt die Querschnittfläche der Aorta $A = 3\,\mathrm{cm}^2$, und das Blut fließt mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 30\,\mathrm{cm/s}$ durch sie hindurch. Eine typische Blutkapillare (Durchmesser $\approx 6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$) hat eine Querschnittfläche von $3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{cm}^2$ und eine Strömungsgeschwindigkeit von $0{,}05\,\mathrm{cm/s}$.
Wie viele Blutkapillaren besitzt eine solche Person ?

Lösung 3.

Das ganze Blut, das durch die Blutkapillaren fließt, fließt auch durch die Aorta. Nehmen wir alle Kapillaren als identisch an, mit der gegebenen Querschnittfläche und Strömungsgeschwindigkeit, dann gilt:

$$A_0 v_0 = nAv$$

wobei n die Zahl der Blutkapillaren ist.

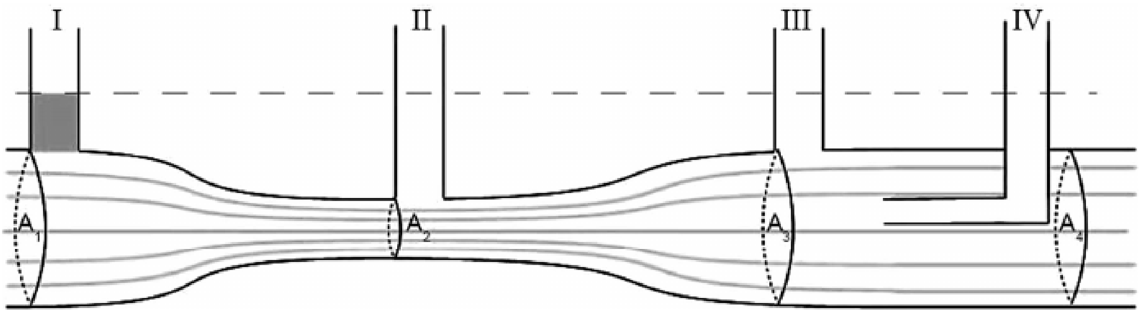
$$\Rightarrow n = \frac{A_0 v_0}{Av} = \frac{(3\,\mathrm{cm}^2)(30\,\mathrm{cm/s})}{(3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{cm}^2)(0{,}05\,\mathrm{cm/s})}$$
$$= 6 \cdot 10^9$$

Also 6 Milliarden

Aufgabe 4. *Dynamisches Fluid II*
Eine ideale Flüssigkeit der Dichte ρ strömt durch eine sich verengende Röhre mit senkrechten Steigrohren an vier Stellen.

(a) Wie schnell strömt die Flüssigkeit unter Röhre II, wenn sie bei Steigröhre I mit v_1 fließt ?

(b) Berechnen Sie die Höhenunterschiede $\Delta h_{II}, \Delta h_{III}$ und Δh_{IV} des Flüssigkeitstandes zur Referenzlinie als Funktion von v_1, A_1 und A_2.



Lösung 4.
(a) Hier kann man die Kontinuitätsgleichung benutzen. Es gilt:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Leftrightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

(b) Für die Strömungsgeschwindigkeiten gilt $v_1 = v_3 = v_4$, da für diese die Rohrquerschnitte identisch sind. Mit der Bernoulli-Gleichung folgt nun:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = \frac{1}{2}\rho v_1^2(1 - (\frac{A_1}{A_2})^2)$$

Nun ersetzt man $p_2 - p_1 = \Delta p_{II} = \rho g \Delta h_{II}$ und damit:

$$\Delta h_{II} = \frac{v_1^2}{2g}(1 - (\frac{A_1}{A_2})^2)$$

Da $v_1 = v_3$ gilt, folgt $\Delta h_{III} = 0$. Im Steigrohr IV wird der Gesamtdruck $p_4 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$ gemessen. Damit folgt:

$$\Delta p_{IV} = p_4 - p_1 = \rho g \Delta h_{IV} = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \Rightarrow \Delta h_{IV} = \frac{v_1^2}{2g}$$