1 Umgebungsdruck

Der Betrag F der Kraft, der nötig ist, um den Deckel abzuziehen, ist $F = (p_a - p_i) \cdot A$, wobei p_a den Druck außerhalb des Behälters p_i den Druck innerhalb und A die Fläche des Deckels bezeichnet. Es gilt nun $1N/m^2 = 1Pa$. Damit ergibt sich:

$$p_i = p_a - \frac{F}{A} = 1.0 \times 10^5 Pa - \frac{480N}{77 \times 10^{-4} m^2} = 3.8 \times 10^4 Pa$$

2 Die Magdeburger Halbkugeln

- a) An jedem Punkt der Oberfläche gibt es aufgrund des Druckunterschieds zwischen der Luft innerhalb und außerhalb der Kugel eine resultierende Kraft nach innen, die senkrecht auf der Fläche steht. Wir nehmen an, die Gruppe Pferde zieht nach rechts. Um die Kugel auseinanderzuziehen, muss die Gruppe eine Kraft ausüben, die mindestens so groß ist wie die Horizontalkomponente der resultierenden Kraft der Luft. Wir bezeichnen mit θ den Winkel, unter dem die Kraft angreift. Die Horizontalkomponente ist damit $\Delta p \cos(\theta) dA$, wobei dA ein infinitesimales Flächenelement ist. Wir lassen die Fläche dA die eines Ringes mit konstanten θ auf der Oberfläche sein. Der Radius des Ringes ist $r = R \cdot \sin(\theta)$, wobei R den Kugelradius bezeichnet. Wenn die Winkelbreite des Rings mit $d\theta$ in Radiant, bezeichnet wird, dann ist seine Breite $R \cdot d\theta$ und seine Fläche $dA = 2\pi R^2 \sin(\theta) d\theta$. Also ist die resultierende Kraft der Luft gegeben durch

$$F_h = 2\pi R^2 \Delta p \int_0^{\pi/2} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \pi R^2 \Delta p \sin^2(\theta) \Big|_0^{\pi/2} = \pi R^2 \Delta p$$

Dies ist die Kraft, die durch jede Gruppe von Pferden aufgewandt werden muss, um die Kugel auseinanderzuziehen.

- b) Verwenden Sie $1atm = 1.01 \times 10^5 Pa$, um zu zeigen, dass $\Delta p = 0.90atm = 9.09 \times 10^4 Pa$ ist. Der Kugelradius ist $R = 0.30m$, also folgt $F_h = \pi \cdot (0.30m)^2 \cdot (9.09 \times 10^4 Pa) = 2.6 \times 10^4 N$
- c) Eine Gruppe von Pferden könnte verwendet werden, wenn eine Hälfte der Kugel an einer festen Wand befestigt wird. Die Kraft der Wand auf die Kugel würde durch die Kraft der Pferde ausgeglichen.

3 Dichte und Gesamtvolumen

Das Volumen V_{cav} der Hohlräume ist die Differenz aus dem Volumen V_{cast} der gusseisernen Form insgesamt und dem Volumen V_{Eisen} des Eisens in der Form. Es gilt also $V_{cav} = V_{cast} - V_{Eisen}$. Das Volumen des Eisens ist gegeben durch $V_{Eisen} = W/g \cdot \rho_{Eisen}$, wobei W das Gewicht der gusseisernen Form und ρ_{Eisen} die Dichte von Eisen bezeichnen. Das im Wasser (der Dichte ρ_W) wirkende Gewicht kann verwendet werden, um das Volumen der Form zu bestimmen. Es ist

geringer als das tatsächliche Gewicht W , weil das Wasser mit einer Kraft $g\rho_W V_{cast}$ auf die Form nach oben drückt. Das heißt, es gilt $W_{eff} = W - g\rho_W V_{cast}$. Also ergibt sich $V_{cast} = (W - W_{eff})/g \cdot \rho_W$ und

$$V_{cav} = \frac{W - W_{eff}}{g \cdot \rho_W} - \frac{W}{g \cdot \rho_{Eisen}} = \frac{6000N - 4000N}{(9.8m/s^2)(998Kg/m^3)} - \frac{6000N}{(9.8m/s^2)(7.87 \times 10^3 Kg/m^3)} = 0.126m^3$$

Die Dichte von Wasser wurde Literatur entnommen.

4 Druck und Fläche

- a) Man verwende bei dieser Aufgabe die Kontinuitätsgleichung, also $A_1 v_1 = A_2 v_2$. Dabei bezeichnet A_1 die Querschnittsfläche des Rohrs auf dem oberen Niveau und v_1 die dortige Geschwindigkeit des Wassers; A_2 bezeichne die Querschnittsfläche des Rohrs auf dem niedrigeren Niveau und v_2 die dortige Geschwindigkeit des Wassers. Also ergibt sich:

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} \cdot v_1 = ((4.0cm^2)/(8.0cm^2)) \cdot (5.0m/s) = 2.5m/s$$

- b) Man verwende die Bernoulli-Gleichung, also $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$, wobei ρ die Dichte des Wassers, h_1 seine ursprüngliche Höhe und h_2 seine Höhe am Ende bezeichnen. Also ergibt sich

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(h_1 - h_2) = 1.5 \times 10^5 Pa + \frac{1}{2}(998Kg/m^3) \cdot ((5.0m/s)^2 - (2.5m/s)^2) + (1000Kg/m^3)(9.8m/s^2)(10m) = 2.6 \times 10^5 Pa$$

Die Dichte von Wasser kann der Literatur entnommen werden.

5 Flugzeuge

Wie in der obigen Aufgabe wird die Bernoulli-Gleichung verwendet, also $p_u + \frac{1}{2}\rho v_u^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho v_o^2$, wobei p_u der Druck an der unteren Fläche, p_o der Druck an der oberen Fläche, v_u die Luftgeschwindigkeit an der unteren Fläche, v_o die Luftgeschwindigkeit an der oberen Fläche und ρ die Dichte von Luft ist. Die beiden Strömungsröhren befinden sich im wesentlichen in der gleichen Höhe. Wir möchten nach v_o auflösen, dass $p_u - p_o = 900Pa$ ist, d.h. wir haben

$$v_o = \sqrt{\frac{2(p_u - p_o)}{\rho} + v_u^2} = \sqrt{\frac{2(900Pa)}{1.30Kg/m^3} + (110m/s)^2} = 116m/s$$

6 Auftriebskräfte

- a) Wir nehmen an, dass sich der Schwerpunkt näher am rechten Ende des Stabs befindet, also ist der Abstand vom linken Ende zum Schwerpunkt $l = 0.60m$. Auf den Stab wirken vier Kräfte: die nach oben gerichtete Kraft T_L des linken Seils, die nach oben gerichtete Kraft T_R des rechten Seils, die nach unten gerichtete Gravitationskraft mg und die nach oben gerichtete Auftriebskraft F_b . Die Gravitationskraft greift effektiv am Schwerpunkt an, und die Auftriebskraft greift am geometrischen Mittelpunkt des Stabs, der hier die Länge $L = 0.80m$ besitzt, an. Berechnet man die Drehmomente um das linke Ende des Stabs, so ergibt sich: $T_R L + F_b \cdot (\frac{L}{2}) - mgl = 0 \Rightarrow T_R = \frac{mgl - F_b \cdot L/2}{L}$.
Nun ist die Auftriebskraft gleich dem Gewicht des verdrängten Wassers. Also gilt

$$F_b = \rho_W g A L = (1000 \text{Kg/m}^3)(9.8 \text{m/s}^2)(6.0 \times 10^{-4} \text{m}^2)(0.80 \text{m}) = 4.7 \text{N}$$

Folglich ist die Zugspannung im rechten Seil

$$T_R = \frac{(1.6 \text{Kg})(9.8 \text{m/s}^2)(0.60 \text{m}) - (4.7 \text{N})(0.40 \text{m})}{0.80 \text{m}} = 9.4 \text{N}$$

- b) Das zweite Newtonsche Gesetz führt auf $T_L + T_R + F_B - mg = 0$.
Somit erhält man:

$$T_L = mg - F_B - T_R = (1.6 \text{Kg})(9.8 \text{m/s}^2) - 4.69 \text{N} - 9.4 \text{N} = 1.6 \text{N}$$