Übungen zur Physik für Chemiker I WS20/21

Prof. Dr. M. Agio, L. Strauch

Übungsblatt 3 Lösung

Ausgabe: Mi, 25.11.2020

Aufgabe 1. *Konzeptionelle Fragen*

(a) Geben Sie die Newtonschen Axiome in ihren eigenen Worten wieder.

(b) Welche der beiden Behauptungen über Kraft und Bewegung ist korrekt. Geben Sie Beispiele an

(i) Es ist für ein Objekt möglich, sich zu bewegen, ohne dass eine Kraft auf es wirkt.

(ii) Es ist möglich, dass Kräfte auf ein Objekt wirken, ohne dass es sich bewegt.

(c) Ein großer Mann und ein kleiner Junge stehen sich auf reibungsfreiem Eis gegenüber. Sie legen die Hände gegeneinander und drücken sich voneinander weg. Wer bewegt sich schneller und warum ?

Lösung 1.

(a)
- Ein ungestörter Körper bleibt in seinem Zustand der Ruhe oder bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit.
- Eine Kraft verursacht eine zeitliche Änderung des Impulses. (Bei konstanter Masse: $\vec{F} = m\vec{a}$)
- Jede Kraft besitzt eine betragsmäßig gleiche, aber entgegengesetzte Gegenkraft (Aktion = Reaktion)

(b) (i) Ja, es ist möglich, dass sich ein Objekt ohne äußere Krafteinwirkung bewegt. In Abwesenheit von Kräften bleibt ein ruhendes Objekt in Ruhe und ein sich bewegendes Objekt bewegt sich mit konstanter geradliniger Geschwindigkeit weiter (Newtons I Gesetz). Kräfte sind also nicht die Ursache von Bewegung, sondern die Ursache von Bewegungsänderungen.

(ii) Ja, es ist möglich, dass Kräfte auf ein Objekt wirken, ohne dass es sich bewegt. Zum Beispiel auf ein Objekt, das auf dem Boden liegt wirkt eine Kraft nach unten durch die Gravitation, trotzdem bewegt sich das Objekt nicht. Ein anderes Beispiel sind zwei gleich starke Kräfte, die genau entgegengesetzt wirken, wie etwa zwei Personen, die mit gleicher Kraft an beiden Enden eines Seils ziehen.

(c) Gemäß Newtons III Gesetz ist die Kraft, die der Mann auf den Jungen ausübt und die Kraft, die der Junge auf den Mann ausübt, ein Aktion-Reaktion Paar. Sie sind also vom Betrag her gleich. Aber der Junge hat eine kleinere Masse und erfährt somit eine größere Beschleunigung (Newtons II Gesetz). Beide beschleunigen für die gleiche Zeit, aber die größere Beschleunigung des Jungens führt dazu, dass er sich schneller wegbewegt.

Aufgabe 2. *Die Antwood'sche Maschine*
Zwei Objekte mit unterschiedlichen Massen $m_1 = 4\,\mathrm{kg}$ und $m_2 = 10\,\mathrm{kg}$ sind mit einem Seil über eine reibungsfreie Umlenkrolle mit vernachlässigbarer Masse miteinander verbunden. Wie groß ist der Betrag der Beschleunigung beider Objekte und der Zugkraft im Seil ? (siehe: Abb. 1)

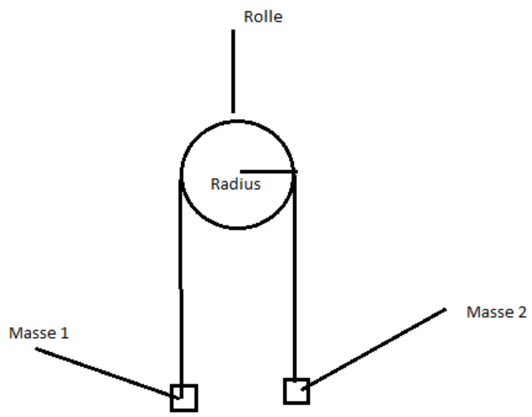

Abbildung 1: Antwoodsche Maschine (Quelle:www.physikerboard.de)

Lösung 2.
Die Massen in der Atwood Maschine sind zwei Kräften ausgesetzt. Eine ist die Gravitationskraft und die andere ist die Kraft, die durch den Faden ausgeübt wird, durch den die beiden Objekte miteinander verbunden sind. Wie in der Abbildung zu sehen ist, wird die Kraft nach oben durch den Faden und die Kraft nach unten durch die Gravitation ausgeübt. Da die Umlenkrolle reibungs- und masselos ist, ist die Zugkraft im Seil auf beiden Seiten der Umlenkrolle gleich. (Achtung mit Vorzeichen in Problemen wie diesen !!!). Wenn das Objekt der Masse m_1 nach oben beschleunigt, beschleunigt Objekt der Masse m_2 nach unten. Wenn wir die Aufwärtsbewegung von Objekt mit Masse m_1 als positiv bezeichnen, müssen wir somit die Abwärtsbewegung des Objekts mit Masse m_2 auch als positiv bezeichnen (um mit den Vorzeichen konsequent zu sein). Mit dieser Vorzeichenkonvention bewegen sich beide Objekte durch die Vorzeichenwahl in die gleiche Richtung. Weiterhin kann man gemäß dieser Konvention Newtons II Gesetz benutzen um separate Gleichungen für jede Masse zu bestimmen.

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

und

$$\sum F_{y'} = m_2 g - T = m_2 a_y$$

Lösen des oberen Gleichungssystems liefert

$$a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

und an der ersten Gleichung kann man sehen, dass

$$T = m_1(g + a_y)$$

Einsetzen des entsprechenden Werts von a_y in obere Gleichung liefert

$$T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

Durch einsetzen von $m_1 = 4\,\mathrm{kg}$ und $m_2 = 10\,\mathrm{kg}$ erhält man die Beschleunigung und Zugkraft jeweils zu $a_y \approxeq 4{,}3\,\mathrm{m/s^2}$ und $T \approxeq 57{,}2\,\mathrm{N}$

Aufgabe 3. *Reibungskräfte*

Ein Boot mit einer Masse $m = 1000\,\mathrm{kg}$ fährt mit einer Geschwindigkeit von $v = 90\,\mathrm{km/h}$, als seine Maschine gestoppt wird. Der Betrag der Reibungskraft $\vec{f}_k$ zwischen Boot und Wasser sei proportional zum Betrag der Geschwindigkeit v des Bootes: $f_k = 70v$, wobei v in m/s und f_k in N angegeben wird. Bestimmen Sie die Zeit, die das Boot braucht, um auf 45 km/h abzubremsen.

Lösung 3.

Die Reibungskraft $F_R = \alpha v$ ist gegeben mit dem Koeffizienten $\alpha = 70\,\mathrm{kg/s} = 70\,\mathrm{N\,s/m}$. Diese Reibungskraft wirkt der Bootsbewegung entgegen, bremst also das Boot. Da sonst keine Kräfte in Bewegungsrichtung wirken, gilt nach Newton:

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} = -\alpha v = -F_R$$

Dies integrieren wir auf beiden Seiten:

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -\frac{\alpha}{m} \int_{t_0}^{t} dt$$

wobei v_0 die Geschwindigkeit zur Start-Zeit t_0 (also 90 km/h) und v die Geschwindigkeit zur Zeit t bezeichnen. Die Auswertung der Integrale ergibt:

$$\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{\alpha t}{m}$$

falls der Zeitursprung willkürlich auf $t_0 = 0$ gesetzt wird. Wenn das Boot auf 45 km/h abgebremst hat, gilt $v = v_0/2$. Setzt man dies in die Gleichung ein, kann man nach t auflösen:

$$t = \frac{m}{\alpha} \ln 2 = \frac{1000\,\mathrm{kg}}{70\,\mathrm{N\,s/m}} \ln 2 = 9{,}9\,\mathrm{s}$$

Aufgabe 4. *Anpresskraft*

Betrachten Sie zwei Blöcke der Masse m_1 und m_2 ($m_1 > m_2$). Diese beiden Blöcke berühren sich auf einer reibungsfreien Fläche. Eine konstante horizontale Kraft $\vec{F}$ wirkt auf m_1 wie in Abbildung 2 gezeigt.

(a) Wie groß ist der Betrag der Beschleunigung des Systems ?

(b) Wie groß ist der Betrag der Kraft zwischen den beiden Blöcken ?

(c) Wenn die Kraft $\vec{F}$ von rechts nach links auf den Block der Masse m_2 wirkt, wie groß ist dann der Betrag der Kraft zwischen beiden Blöcken ?

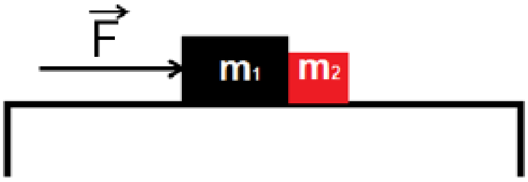

Abbildung 2: Eine Kraft wirkt auf den ersten Block, der den anderen Block mit anderer Masse schiebt.

Lösung 4.

(a) Um die Beschleunigung des Systems (die zwei Blöcke zusammen) zu bestimmen, muss uns klar werden, dass die Blöcke die gleiche Beschleunigung erfahren. Das kommt daher, dass sich die Blöcke berühren und auch während der Bewegung den Kontakt nicht verlieren. Das ist das gleiche, wie eine Nettokraft, die auf ein Objekt wirkt (mit der Summe der Massen), denn die Kraft wirkt auf ein System von Blöcken und wir suchen die Beschleunigung des Systems. Anwenden von Newtons II Gesetz auf das System zeigt

$$\Sigma F_x = F = (m_1 + m_2)a_x$$

Somit ist die Beschleunigung des Systems gegeben durch:

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

(b) Die Anpresskraft $\vec{T}$ wirkt innerhalb des Systems der zwei Blöcke. Also lasst uns jeden Block seperat betrachten (vgl. Abbildung: 3). Die einzige horizontale Kraft, die auf m_2 wirkt, ist die Anpresskraft $\vec{T_{12}}$ (d.h. die Kraft, die m_1 auf m_2 ausübt). Mithilfe Newtons II Gesetz auf m_2 sieht man, dass

$$\Sigma F_x = T_{12} = m_2 a_x$$

Ersetzen von a_x von oben ergibt

$$T_{12} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

Offensichtlich ist die Anpresskraft kleiner als die von außen ausgeübte Kraft F. Die Kraft um den Block der Masse m_2 alleine zu beschleunigen muss kleiner sein als die Kraft, die benötigt wird, um das System aus den Blöcken zu beschleunigen (ergibt Sinn). Lasst uns erneut Newtons II Gesetz auf den ersten Block anwenden.

$$\Sigma F_x = F - T_{21} = m_1 a_x$$

demzufolge ist:

$$T_{21} = F - m_1 a_x$$

ersetzen des entsprechenden Werts für a_x liefert

$$T_{21} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

Es ist klar, dass $T_{12} = T_{21}$. Dies ist nicht überraschend, da sie ein Aktion-Reaktion Paar sind. Ihre Richtung sind offensichtlich (siehe Abb.: 3)

(c) Genau wie in der oberen Analyse kann Newtons II Gesetz angewendet werden um die Anpresskraft zu bestimmen. Bedenken Sie, dass wenn die Kraft nach Links auf Block m_2 ausgeübt wird, die Anpresskraft m_1 beschleunigen muss. In dem vorherigen Fall hat sie die Masse m_2 beschleunigt. Da $m_1 > m_2$ wird mehr Kraft benötigt, somit ist der Betrag von $\vec{T}_{12}$ größer als im vorherigen Fall.

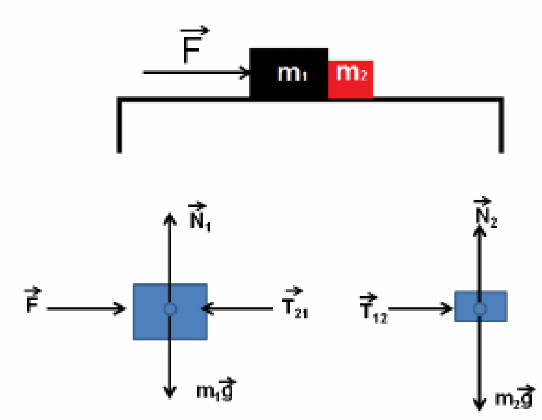

Abbildung 3: Eine Kraft wirkt auf den ersten Block, welcher einen anderen Block mit anderer Masse anschiebt.

Aufgabe 5. *Die Federkraft*

Gegeben sei eine Feder die von einer Kraft $\vec{F_1} = 5{,}4\,\mathrm{N}$ auf eine Länge von $l_1 = 65\,\mathrm{mm}$ bzw. von einer Kraft $\vec{F_2} = 12{,}5\,\mathrm{N}$ auf $l_2 = 85{,}4\,\mathrm{mm}$ gedehnt wird.

1. Wie groß ist die Federkonstante k ?
2. Welche Länge l hat die Feder im unbelasteten Zustand ?
3. Welche Kraft muss aufgewendet werden, um die Feder auf eine Länge von 95 mm zu dehnen ?

Lösung 5.

(a)

$$F_1 = k \cdot s_1 = k(l_1 - l) = kl_1 - kl \Rightarrow l = \frac{-F_1 + kl_1}{k}$$
$$F_2 = k \cdot s_2 = k(l_2 - l) = kl_2 - kl$$

l eingesetzt in die Gleichung für F_2:

$$F_2 = kl_2 - k \cdot \frac{-F_1 + kl_1}{k}$$
$$\leftrightarrow F_2 = kl_2 + F_1 - kl_1$$
$$\leftrightarrow k = \frac{F_2 - F_1}{l_2 - l_1} \Rightarrow k = 0.35$$

(b)

$$l = \frac{-F_1 + kl_1}{k} = 49{,}57\,\mathrm{mm}$$

(c)

$$\begin{aligned} s &= 95\,\mathrm{mm} - l = 45{,}43\,\mathrm{mm} \\ \Rightarrow F &= k \cdot s = 15{,}9\,\mathrm{N} \end{aligned}$$