I. Theorieteil

T1

i) Wenn die Elektronen die Distanz L_1 mit der Geschwindigkeit $v_0\hat{x}$ durch den Kondensator fliegen, erfahren sie eine Kraft $\vec{F} = eE\hat{y}$. Diese Kraft beschleunigt die Elektronen auf eine Geschwindigkeit $at_1\hat{y}$. Dabei ist $t_1 = \frac{L_1}{v_0}$ und a ist die konstante Beschleunigung $\frac{eE}{m}$. Wenn die Elektronen den Kondensator verlassen, bewegen sie sich mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{v} = v_0\hat{x} + at_1\hat{y}$ eine Strecke $L_2 = v_0t_2$ in x-Richtung, bevor sie den Schirm erreichen. Die gesamte Ablenkung in y-Richtung ist $y = a(0\frac{t_1^2}{2} + t_1 + t_2)$, was zu einer Ablenkung von $y = aL_1/v_0^2(L_1/2 + L_2)$ führt. Wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird, wird die Ablenkung also $y/4$. Somit ist die Antwort d) richtig.

ii) Aus dem Gleichgewicht der Lorentz Kraft und der zentripetal Kraft folgt $qvB = mv^2/R$, wobei q die Ladung, v die tangentiale Geschwindigkeit, m die Masse und R der Radius des Kreises ist. Da die Winkelgeschwindigkeit $\omega = v/R = qB/m$ ist, ändert sich die Frequenz $f = \omega/(2\pi)$ nicht, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird. Die richtige Antwort ist b).

T2

i) Das Faradaysche Gesetz besagt, dass das induzierte Potential ϵ proportional zur Änderung des magnetischen Fluss ist $\epsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = Bdv$. Dabei ist B das magnetische Feld, v die Geschwindigkeit in x-Richtung und d die Länge der Spule in y-Richtung. Die richtige Antwort ist c)

ii) Das magnetische Feld muss senkrecht auf der Geschwindigkeit $v\hat{x}$ stehen und dem induzierten Potential $\epsilon\hat{y}$. Von dem Vorzeichen von v und ϵ und mit dem Faradayschen Gesetz ($\epsilon = \frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$) können wir schließen, dass das Feld in negative z-Richtung zeigt (rechte Hand Regel). Die Antwort ist also c).

T3

i) Da die Lorentz Kraft gleich der zentripetal Kraft ist, erhalten wir $R = mv/(qB)$, wobei die Geschwindigkeit für Teilchen A $v = \sqrt{2}v_0$ ist und für Teilchen B $v = v_0$ ist. Die Ladung ist für beide Teilchen gleich, während die Masse der Teilchen $m_A = m$ und $m_B = 2m$ ist. Somit ist $\frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und die richtige Antwort ist c).

ii) Gemäß des Faradayschen Gesetz generiert der induzierte Strom eine Kraft, die der Änderung des magnetischen Flusses entgegen wirkt. Die Kraft zieht die Spule also raus, wenn sie in die Region mit magnetischen Feld eindringt. Wenn die Spule vollständig in dem Bereich mit dem Magnetfeld ist, ändert sich der magnetische Fluss nicht mehr und somit wird auch kein Strom induziert. Die richtige Antwort ist c).

T4

i) Die Impedanz von einem Widerstand und einer Spule in Reihe geschaltet ist $Z = R + i\omega L$. Der Strom und die Spannung hängen folgendermaßen zusammen $I_P = V_P/\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$. Wenn nun die Frequenz erhöht wird und die Spannung V_P konstant gehalten wird, erhöht sich die Impedanz und somit auch der Strom I_P. Die richtige Antwort ist d)

ii) Die Kraft zwischen zwei parallelen Drähten, in denen der Strom in die gleiche Richtung fließt ist anziehend. Die richtige Antwort ist c)

T5

i) Das Potential einer leitenden Kugel mit Ladung Q ist gemäß des Gaußschen Gesetzes $V = Q/(4\pi\epsilon_0 R)$. Wenn also $Q_1 = Q_2 = Q$ und $V_1 = 3V_2$ gilt, müssen die Radien i, folgendem Verhältnis zueinander stehen $R_2 = 3R_1$. Wenn sich die beiden Kugeln berühren erhalten sie das gleiche Potential V und die gesamt Ladung ist $2Q = Q_1 + Q_2 = V(4\pi\epsilon_0)(R_1 + R_2)$. Da $R_2 = 3R_1$, gilt $Q = V(4\pi\epsilon_0)2R_1$ und $Q_2 = V(4\pi\epsilon_0)3R_1$. Die gesuchte Gleichung lautet $Q_2 = 3Q/2$ und die richtige Antwort lautet somit a)

ii) Nach dem Faradayschen Gesetz ist der induzierte Strom maximal, wenn die Änderung im magnetischen Fluss maximal ist. Das ist im Zeitintervall t_A der Fall. Die richte Antwort ist also a).

T6

i) Die magnetischen Feldlinien eines unendlich langen Drahtes sind konzentrische Kreise um den Draht. Wenn die Ströme in den beiden Drähten in verschiedene Richtungen fließen, heben sich die Feldlinien im dem Punkt in Richtung A,C auf und addieren sich in Richtung B,D. Die richtige Antwort ist b) und d), da die Stromrichtung nicht explizit angegeben ist.

ii) Die Energiedichte u ist proportional zu V^2, wenn V verdoppelt wird vervierfacht sich also die Energiedichte. Die richtige Antwort ist b)

T7

i) Die elektrischen Feldlinien der beiden Punktladungen sind radial und die Stärke der Felder ist $E_1 = Q/(4\pi\epsilon_0 R_1)$ und $E_2 = -Q/(4\pi\epsilon_0 R_2)$. Im Punkt P ist das Feld nicht null, da $R_1 \neq R_2$. Die richtige Antwort ist a) und c), da das Vorzeichen von Q nicht gegeben ist.

ii) Das Ampersche Gesetz besagt, dass $\oint_{\partial\Sigma}$,wobei der Integrationsweg $\partial\Sigma$ entgegen des Uhrzeigersinns verläuft und der positive Strom I parallel zur Flächennormalen der vom Integrationsweg eingeschlossenen Fläche ist. Die richtige Antwort ist also e)

T8

i) Wenn ein Dielektrikum mit $K > 1$ in den Kondensator eingefügt wird, steigt die Kapazität gemäß $C' = KC$. Die Gesamtkapazität der beiden in Reihe geschalteten Kondensatoren steigt also auch. Die richtige Antwort ist d).

ii) Die Magnetfeldlinien eines unendlich langen Drahtes sind konzentrische Kreise um den Draht. Wenn der Strom in jedem Paar von entgegengesetzten Drähten in der Abbildung in die gleiche Richtung fließt, ist der Strom in der Mitte des Quadrats null. Die richtige Antwort ist also c).

T9

i) Die Magnetfeldlinien eines unendlich langen Drahtes sind konzentrische Kreise um den Draht. Das Magnetfeld ist entgegen des Uhrzeigersinns positiv, wenn der Strom aus der Seite herauskommt und umgekehrt. Das vom Strom I_1 erzeugte Magnetfeld zeigt im Punkt P in $y-$Richtung und das von I_2 erzeugte zeigt in $x-$Richtung. Die richtige Antwort ist somit d)

ii) Nach dem Biot-Savart Gesetz ist das von einem Strom im Punkt A erzeugte Magnetfeld das Vektorprodukt des Stroms und des Ortsvektors. Weiterhin ist der Betrag invers proportional zum Betragsquadrat des Ortsvektors. Für die gezeigte Anordnung steht das Magnetfeld also senkrecht auf der Seite. Der Strom, der durch die sich bewegenden Teilchen näher an A erzeugt wird, bestimmt das Vorzeichen des Feldes, da sein Beitrag dominiert. Das gesamte Magnetfeld zeigt aus der Seite hinaus und die richtige Antwort ist somit d).

T10

i) Jede Glühlampe repräsentiert ein Widerstand R im Stromkreis. Wenn der Schalter S offen ist, ist der Gesamtwiderstand $2R$, weil Glühlampe 1 und 2 in Reihe geschaltet sind. Wenn der Schalter geschlossen ist sind die Glühlampen 2 und 3 parallel geschaltet. Ihr Gesamtwiderstand ist $R/2$ und der Gesamtwiderstand im ganzen Stromkreis ist dann $3R/2$. Der Strom durch Glühlampe 1 muss steigen, da der Generator eine konstante Spannung V bereitstellt. Da die Helligkeit der Glühlampe proportional zu der Leistung RI^2 ist, steigt die Helligkeit mit steigendem Strom. Die richtige Antwort ist also a).

ii) Gemäß Kirchhoffs Knotenregel muss an einem Knoten die Summe der eingehenden Ströme gleich der Summe der ausgehenden Ströme sein. Also gilt: $I_1 + I_5 = I_6$, $I_2 = I_4 + I_5$ und $I_3 = I_4 + I_6$. Durch Addieren der ersten zwei Gleichungen erhalten wir $I_1 + I_2 = I_6 + I_4$. Die richtige Antwort ist somit b).

R1

a) Für $r < a$ ist das elektrische Feld null. Dies erhält man direkt aus dem Gaußschen Gesetz, da die eingeschlossene Ladung null ist.
Für $a < r < b$ erhält man aus dem Gaußschen Gesetz

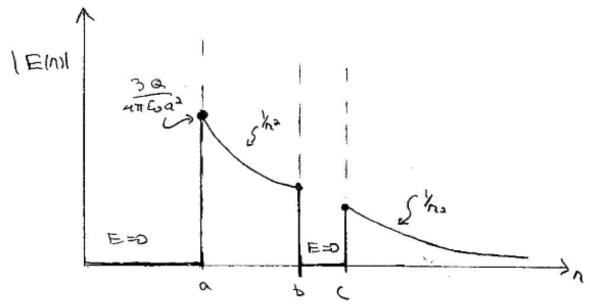
$$\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 4\pi r^2 E = \frac{3Q}{\epsilon_0} \tag{1}$$

Für $b < r < c$ ist das Feld wieder null, da die äußere Schale leitend ist und das elektrische Feld in Leitern immer null ist.

Für $r > c$ ist die eingeschlossene Ladung wieder gleich $3Q$, womit das Gaußsche Gesetz wieder liefert

$$\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 4\pi r^2 E = \frac{3Q}{\epsilon_0} \tag{2}$$

Ergänzung: In der Aufgabe war nicht danach gefragt, aber der Leiter muss auf der inneren Oberfläche eine Ladung von $-3Q$ und auf der äußeren Oberfläche eine Ladung von $+3Q$ haben.



b) Außerhalb der Kugel ist das Potenzial leicht zu bestimmen, da das Potential einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung gleich dem einer Punktladung ist. Also ist für $r > c$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3Q}{r} \tag{3}$$

Da das Feld im Leiter null ist, muss die Ableitung nach r null sein. Es muss also konstant sein. Da es aber stetig sein soll folgt, dass für $b < r < c$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3Q}{c} \tag{4}$$

Für $a < r < b$, können wir das Potential bestimmen, indem wirΔV berechnen und es dann zu $V(r = b) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 c}$ addieren.

$$\Delta V = -\int_r^b \vec{E}\mathrm{d}\vec{r} \tag{5}$$

$$= \int_r^b \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\mathrm{d}r \tag{6}$$

$$= \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right) \tag{7}$$

Da $\mathrm{d}\vec{r}$ und $\vec{E}$ antiparallel sind, wechselt das Vorzeichen in der zweiten Zeile. Zusammengefasst erhalten wir also

$$V(r) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right) \tag{8}$$

Alternative Lösung:
Wir wissen, dass das Potential von der Form $\frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ ist. Nun müssen wir nur noch eine Konstante K addieren, damit der Übergang bei $r = b$ stetig ist

$$V(r = b) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 b} + K = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0} \tag{9}$$

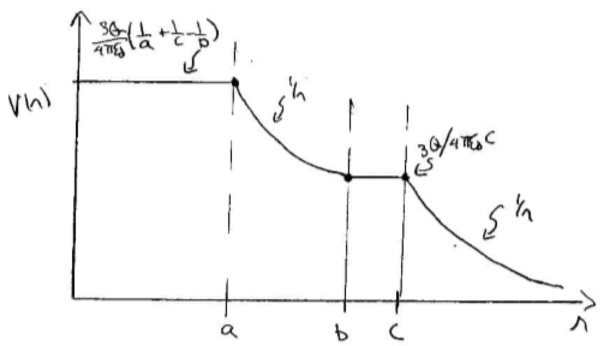
$$\Leftrightarrow K = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b}\right) \tag{10}$$

Setzen wir das K in $V(r)$ ein, erhalten wir für $a < r < b$

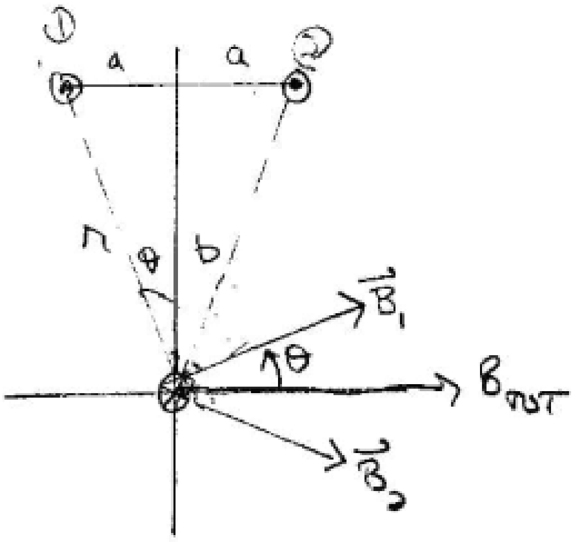
$$V(r) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right) \tag{11}$$

Für $r < a$ ist das Feld wieder null, womit das Potential konstant sein muss

$$V(r < a) = V(r = a) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} - \frac{1}{r} - \frac{1}{b}\right) \tag{12}$$



R2



a) Das Feld im Ursprung aufgrund der beiden Drähte bei $y = b$: An der Zeichnung ist zu erkennen, dass sich die y-Komponenten gegenseitig aufheben und sich die x-Komponenten addieren.
Aus dem Ampérschen Gesetz erhält man

$$\oint \vec{B}_i \mathrm{d}l = \mu_0 I \tag{13}$$

$$2\pi r|\vec{B}| = \mu_0 I \tag{14}$$

$$|\vec{B}_2| = |\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{mit } r = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{15}$$

Nehmen wir die x-Komponente

$$\vec{B}_{tot} = \frac{2\mu_0 I}{2\pi r}\cos\theta = \frac{mu_0 I}{\pi\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\hat{\imath} \tag{16}$$

Das Feld im Ursprung ist also

$$\vec{B}_{tot} = \frac{\mu_0 I b}{\pi(a^2+b^2)}\hat{\imath}\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = ILB(-\hat{\jmath}) \tag{17}$$

$\vec{F}$ zeigt in die negative y-Richtung

$$\frac{\vec{F}}{L} = IB(-\hat{\jmath}) = \frac{\mu_0 I^2 b}{\pi(a^2+b^2)}(-\hat{\jmath}) = \frac{\vec{F}}{L} \tag{18}$$

R3

a) Der Kondensator verhält sich direkt nach dem Schließen des Schalters wie ein Kabel. Knoten Regel:

$$i_1 = i_2 + i_3 \tag{19}$$
$$i_3 + i_4 + i_5 \tag{20}$$
$$i_6 = i_4 + i_5 = i_3 \tag{21}$$

Maschenregel:

$$*V_0 - Ri_2 - V_1 = 0 \tag{22}$$
$$**V_0 - 2Ri_4 - Ri_6 = 0 \tag{23}$$
$$***2Ri_4 - 3Ri_5 = 0 \tag{24}$$
$$V_0 - 3Ri_5 - Ri_6 = \tag{25}$$
$$V_1 + Ri_2 - 2Ri_4 - Ri_i = 0 \tag{26}$$
$$V_1 + Ri_2 - 3Ri_5 - Ri_4 = 0 \tag{27}$$

Es werden nur sechs von diesen Gleichungen gebraucht

b) Benutze alle Gleichungen der Knotenregel und die Gleichungen mit Sternen. (Erinnerung $i_3 = i_6$) Aus * erhält man

$$V_0 - V_1 = Ri_2 \tag{28}$$
$$\Leftrightarrow i_2 = \frac{V_0 - V_1}{R} \tag{29}$$

Aus ** erhält man

$$2Ri_4 = 3Ri_5 \tag{30}$$
$$\Leftrightarrow i_4 = \frac{3}{2} i_5 \tag{31}$$

Aus ** erhält man

$$V_0 - 2Ri_4 - Ri_3 = 0 \tag{32}$$
$$V_0 = 2Ri_4 + Ri_4 + Ri_5 = 3Ri_4 + \frac{2}{3}Ri_4 = \frac{11}{3}Ri_4 \tag{33}$$
$$\frac{11}{3}Ri_4 \tag{34}$$
$$\Rightarrow i_4 = \frac{3V_0}{11R} \tag{35}$$
$$\Rightarrow i_5 = \frac{2}{3}\frac{3V_0}{11R} = \frac{2V_0}{11R} \tag{36}$$
$$\Rightarrow i_3 = i_4 + i_5 = \frac{5V_0}{11R} = i_6 \tag{37}$$
$$\Rightarrow i_1 = i_2 + i_3 = \frac{V_0 - V_1}{R} + \frac{5V_0}{11R} \tag{38}$$

c) Lange Zeit, nachdem der Schalter geschlossen wird, verhält sich der Kondensator wie eine Unterbrechung im Stromkreis. Es fließt also kein Strom durch den Widerstand mit 2R.

$$i_4 = 0 \tag{39}$$
$$i_3 = i_5 = i_6 \tag{40}$$
$$V_0 - (3R + R)i_3 = 0 \tag{41}$$
$$i_1 = i_2 + i_3 \tag{42}$$
$$i_2 = \frac{V_0 - V_1}{R} \tag{43}$$
$$\text{wie vorher gilt:} i_3 = \frac{V_0}{4R} = i_5 = i_6 \tag{44}$$
$$i_1 = \frac{V_0 - V_1}{R} + \frac{V_0}{4R} \tag{45}$$

d) Da $i_4 = 0$ fällt keine Spannung über 2R ab. V_c sei die Spannung über 3R

$$V_c = 3Ri_5 = \frac{3RV_0}{4R} \tag{46}$$

e) Setze jetzt t=0 auf den Punkt, wenn der Schalter wieder geöffnet wird. Durch das Öffnen des Schalters wird C, 2R und 3R vom Rest des Stromkreises abgeschnitten. Somit entlädt sich C über die Widerstände 2R und 3R, die da sie in Reihe geschaltet sind einen effektiven Widerstand von R_{eff} von 5R haben.

$$I_0 = \frac{V_c}{5R} = \frac{3V_0}{20R} \tag{47}$$

f)

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = R_{eff}C = 5RC \tag{48}$$
$$I(t) = \frac{V_c}{5R} e^{-t/5RC} = \frac{3V_0}{20R} e^{-t/5RC} \tag{49}$$

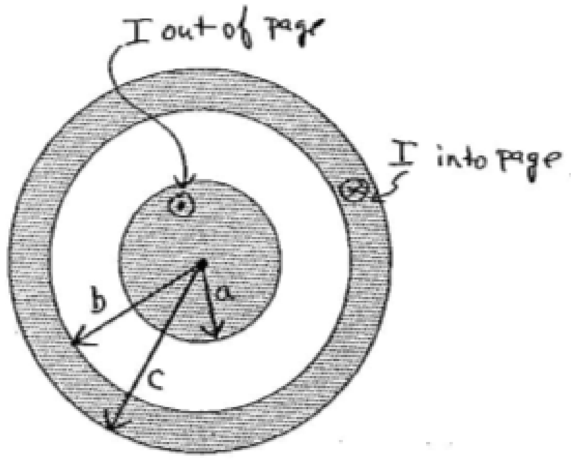
g)

$$\frac{I(t)}{I_0} = 0,1 = e^{-t/5RC} \tag{50}$$
$$\Rightarrow \ln(0,1) = -t/5RC \tag{51}$$
$$\Leftrightarrow t = -\ln(0,1)5RC \tag{52}$$
$$\Leftrightarrow t = 11,5RC \tag{53}$$

R4

a) Der Strom ist gleichmäßig über die Fläche verteilt

$$|\vec{J}_{innen}| = \frac{I}{A_{innen}} = \frac{I}{\pi a^2} \tag{54}$$
$$|\vec{J}_{aussen}| = \frac{I}{A_{aussen}} = \frac{I}{\pi(c^2 - b^2)} \tag{55}$$



b) Aufgrund der Symmetrie können wir leicht das Ampérsche Gesetz verwenden

$$\oint \vec{B}\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I \tag{56}$$

$\vec{B}$ bildet konzentrische Kreise um die Zylinderachse

$$\oint \vec{B}\mathrm{d}\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 \int_0^r J_{innen}\mathrm{d}A \ , \quad \text{wobei } \mathrm{d}A = 2\pi r \mathrm{d}r \tag{57}$$

$$2\pi r|\vec{B}| = \frac{mu_0 I}{\pi a^2}\int_0^r 2\pi r'\mathrm{d}r' \Leftrightarrow \qquad 2\pi r|\vec{B} = \frac{mu_0 I}{a^2}\frac{2r^2}{2} \tag{58}$$

$$\Leftrightarrow |\vec{B}| = \frac{mu_0 I r}{2\pi a^2} \tag{59}$$

c) $a < r < c$
In diesem Bereich ist der innere Strom immer komplett umschlossen, und der äußere Strom gar nicht.

$$\oint \vec{B}\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I \tag{60}$$

$$|\vec{B}| = \frac{mu_0 I}{2\pi r} \tag{61}$$

d) $b < r < c$
In diesem Bereich ist der innere Strom komplett eingeschlossen und Teile vom äußeren Strom sind eingeschlossen. Da die Ströme in entgegengesetzte Richtungen fließen, muss der äußere

vom inneren abgezogen werden.

$$\oint \vec{B} \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I - \mu_0 \int_b^r J_{aussen} \tag{62}$$

$$2\pi r B = \mu_0 I - mu_0 \left(\frac{I}{\pi(c^2 - b^2)} \right) \int_b^r 2\pi r' \mathrm{d}r' \tag{63}$$

$$2\pi r B = \mu_0 I - \frac{mu_0 I}{\pi(c^2 - b^2)} \left(\frac{2\pi r^2}{2} - \frac{2\pi b^2}{2} \right) \tag{64}$$

$$|\vec{B}| = \frac{mu_0 I}{2\pi r} - \frac{mu_0 I}{2\pi(c^2 - b^2)} \left(r - \frac{vb^2}{r} \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) \tag{65}$$

e) Für $r > c$ ist der eingeschlossene Strom null. Somit ist also auch das Magnetfeld null